UNIVERSITÉ IBN ZOHR
Faculté des Sciences d'Agadir
Département de Physique
AGADIR

Année 2008-2009

Solution TD N°1 "Electricité 2"
Sections SMP3-SMC3
Champ magnétique créé par un courant filiforme
Loi de Biot et Savart

I. Segment de Courant, Courant carré , courant polygonal & Courants anguleux

1) $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\Big(\sin\theta_2 - \sin\theta_1\Big)$

Cas d'un fil rectiligne indéfini : $\theta_1 \simeq \frac{-\pi}{2}$ et $\theta_2 \simeq \frac{\pi}{2} \Longrightarrow B \simeq \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

2) Champ créé par un courant carré : $B = \frac{8\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi a}$

3) Par raison de symétrie, le champ $\vec{B}$ est parallèle à l'axe du polygone. Pour un polygone de n côtés, le champ en un point de l'axe est : $B = \frac{\mu_0 I R^2}{4\pi}\frac{n\sin 2\pi/n}{\Big(R^2\cos^2(\pi/n) + z^2\Big)\sqrt{R^2+z^2}}$

Cas particuliers : • Au centre z=0 $\Longrightarrow B_O = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} n\,\mathrm{tg}(\pi/n)$

• Sur l'axe $\Longrightarrow B_{n\to\infty} = B_{Spire} = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)^3$

4) Les deux demi-droites créent deux champs identiques en M ($\vec{B_1} = \vec{B_2}$)

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi b\sin\varphi}\Big(1-\cos\varphi\Big) = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}\,\mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2}$$

Le champ créé par les deux demi droites : $B = 2B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}\,\mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{2}$

Cas d'un fil rectiligne indéfini : $2\varphi = \pi \Longrightarrow B \simeq \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$

II. Spire circulaire & bobines d'Helmoltz

1) a) $B(M) = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\beta = \frac{\mu_0 I R^2}{2\big(R^2+x^2\big)^{\frac{3}{2}}}$

b) Très proche de l'axe, $\vec{B}(N) = \vec{B}_{axial} + \vec{B}_{radial}$

On utilise la concervation du flux à travers un cylindre (situé au voisinage de M) de rayon r et de longueur dx : $B_{axial}(N) = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ & $B_{radial}(N) = \dfrac{3r}{4}\dfrac{\mu_0 I R^2 x}{2\left(R^2+x^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

c) $B(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2R}\left(1+\dfrac{3x^2}{4R^2}\right)$ si $x=0$, on retrouve le champ au centre d'une spire $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$.

2) a) $B(O) = \dfrac{8\mu_0 N I}{5\sqrt{5}R}$

b)

$$\begin{cases} \bullet \textit{ Spire } 1 \Longrightarrow B_1(M) = \dfrac{\mu_0 N I}{2R}\sin^3\beta_1 \quad \text{avec} \quad \sin\beta_1 = \dfrac{R}{\sqrt{R^2+\left(\dfrac{R}{2}-x\right)^2}} \\ \bullet \textit{ Spire } 2 \Longrightarrow B_2(M) = \dfrac{\mu_0 I N}{2R}\sin^3\beta_2 \quad \text{avec} \quad \sin\beta_2 = \dfrac{R}{\sqrt{R^2+\left(\dfrac{R}{2}+x\right)^2}} \end{cases}$$

$\Longrightarrow$ Au voisinage de O : $B(M) = B_1(M)+B_2(M) \simeq \dfrac{8\mu_0 N I}{5\sqrt{5}R}\left(1-\dfrac{144}{125}\dfrac{x^4}{R^4}\right)$

$\bullet \dfrac{\Delta B}{B} = \dfrac{B(O)-B(M)}{B(O)} = \dfrac{144}{125}\dfrac{x^4}{R^4} \xrightarrow{\frac{x}{R}=0.1} \dfrac{\Delta B}{B} \overset{AN}{\simeq} 1.15\ 10^{-5}$

III. Demi cylindre indéfini parcouru par un courant I

On subdivise le cylindre en une infinité de fils parcouru par des courants $dI = JdS = \dfrac{2I}{\pi a^2}dS$. Le champ total est : $B = \displaystyle\int_0^a\int_0^\pi \dfrac{\mu_0 I}{\pi^2 a^2}\sin\theta\, dr d\theta = \dfrac{2\mu_0 I}{\pi^2 a}$

IV. Solénoïde

1) $B = \dfrac{\mu_0 n I}{2}\displaystyle\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\, d\theta = \dfrac{\mu_0 n I}{2}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$

Cas d'un solénïde infini $\theta_1 \simeq 0$ et $\theta_2 \simeq \pi \Longrightarrow B \simeq \mu_0 n I$